RECUPERATORIO ANALISIS MATEMATICO III- 27/06/2011

TODOS LOS EJERCICIOS DEBERAN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADOS

1. Dada una función armónica $u(x,y)$, dar la definición de función armónica conjugada. Determinar la función armónica conjugada de $u(x,y) = \exp(x)\cos y + \exp(y)\cos x + xy$

2. Dada
$$f(z) = \frac{z^4}{z^2 - z - 2}$$
   a) Analizar y clasificar las singularidades de $f(z)$ en el plano extendido.
   b) Desarrollar $f(z)$ en series de Laurent alrededor de $z = -1$

3. **a)** Calcular
$$\oint \frac{\cos z}{(z-2i)(z-1)} dz$$
   alrededor de $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$
   b) Probar que
$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 + a\cos\theta} = \frac{2\pi}{\sqrt{1-a^2}} \qquad -1 < a < 1$$

4. Encontrar el número de raíces de $z^7 - 7z^6 + 4z^3 - 1 = 0$ en el interior del círculo $|z| = 1$.

RECUPERATORIO ANALISIS MATEMATICO III- 27/06/2011

TODOS LOS EJERCICIOS DEBERAN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADOS

1. Dada una función armónica $u(x,y)$, dar la definición de función armónica conjugada. Determinar la función armónica conjugada de $u(x,y) = \exp(x)\cos y + \exp(y)\cos x + xy$

2. Dada
$$f(z) = \frac{z^4}{z^2 - z - 2}$$
   a) Analizar y clasificar las singularidades de $f(z)$ en el plano extendido.
   b) Desarrollar $f(z)$ en series de Laurent alrededor de $z = -1$

3. **a)** Calcular
$$\oint \frac{\cos z}{(z-2i)(z-1)} dz$$
   alrededor de $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$
   b) Probar que
$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 + a\cos\theta} = \frac{2\pi}{\sqrt{1-a^2}} \qquad -1 < a < 1$$

4. Encontrar el número de raíces de $z^7 - 7z^6 + 4z^3 - 1 = 0$ en el interior del círculo $|z| = 1$.