

1. (1, 50 p) Dada $f(z)$ holomorfa en un dominio D , pruebe que $f(z) = u(z) + iv(z)$ se reduce a una constante si $u = 3v^2$.

2. (1, 50 p) Calcular

$$\oint_C \frac{\cos(z)}{(z-1)} dz$$

donde C es el triángulo de vértices $(0, 0)$, $(2, 2)$ y $(-2, 2)$.

3. (2 p) Sea

$$f(z) = \frac{1}{(z + 1/z)^3} \sin\left(\frac{1}{z}\right)$$

a) Clasificar las singularidades de $f(z)$.

b) Calcular el residuo en $z = \infty$.

4. (1, 50 p) Calcular

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{(x - \pi)(x - \frac{\pi}{2})} dx$$

5. (1, 50 p) Encontrar el número de raíces de $f(z) = z^4 - z^2 + 2z + 4$ en el interior del círculo $|z| = 1$.

6. (2 p) Sea

$$f(z) = \frac{1}{(z - 2i)(z + 1)}$$

desarrollar en serie de Laurent en la región $|z| < 1$.

1. (1, 50 p) Dada $f(z)$ holomorfa en un dominio D , pruebe que $f(z) = u(z) + iv(z)$ se reduce a una constante si $u = 3v^2$.

2. (1, 50 p) Calcular

$$\oint_C \frac{\cos(z)}{(z-1)} dz$$

donde C es el triángulo de vértices $(0, 0)$, $(2, 2)$ y $(-2, 2)$.

3. (2 p) Sea

$$f(z) = \frac{1}{(z + 1/z)^3} \sin\left(\frac{1}{z}\right)$$

a) Clasificar las singularidades de $f(z)$.

b) Calcular el residuo en $z = \infty$.

4. (1, 50 p) Calcular

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{(x - \pi)(x - \frac{\pi}{2})} dx$$

5. (1, 50 p) Encontrar el número de raíces de $f(z) = z^4 - z^2 + 2z + 4$ en el interior del círculo $|z| = 1$.

6. (2 p) Sea

$$f(z) = \frac{1}{(z - 2i)(z + 1)}$$

desarrollar en serie de Laurent en la región $|z| < 1$.