

RECUPERATORIO ANALISIS MATEMATICO III- 19/6/2013
TODOS LOS EJERCICIOS DEBERAN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADOS

1. a) Dada $f(z)$ holomorfa en un dominio D , pruebe que $f(z) = u(z) + iv(z)$ se reduce a una constante si $u = 4v^2$
b) Muestre que $f(z) = |z|^2$ es diferenciable pero no es analítica en $z = 0$.

2. Deducir el teorema Fundamental del Álgebra a partir del teorema de Rouché.

3. Sea

$$f(z) = \frac{z^4}{z^2 - z - 2}$$

- a) Clasificar las singularidades de $f(z)$ en el plano extendido.
- b) Calcular los residuos en el plano extendido.
- c) Calcular

$$\int_{|z-\frac{1}{2}|=1} f(z) dz$$

4. Determinar la Serie de Laurent de la siguiente función $f(z) = \frac{z}{2z^2+4z-6}$ en potencias de $z - 1$. Determinar el dominio anular en el que es válida la serie.

5. Probar que

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta}{1 - 2a \cos \theta + a^2} d\theta = \frac{2\pi a}{1 - a^2}, \quad a \in \mathbb{R}, |a| < 1$$

RECUPERATORIO ANALISIS MATEMATICO III- 19/6/2013
TODOS LOS EJERCICIOS DEBERAN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADOS

1. a) Dada $f(z)$ holomorfa en un dominio D , pruebe que $f(z) = u(z) + iv(z)$ se reduce a una constante si $u = 4v^2$
b) Muestre que $f(z) = |z|^2$ es diferenciable pero no es analítica en $z = 0$.

2. Deducir el teorema Fundamental del Álgebra a partir del teorema de Rouché.

3. Sea

$$f(z) = \frac{z^4}{z^2 - z - 2}$$

- a) Clasificar las singularidades de $f(z)$ en el plano extendido.
- b) Calcular los residuos en el plano extendido.
- c) Calcular

$$\int_{|z-\frac{1}{2}|=1} f(z) dz$$

4. Determinar la Serie de Laurent de la siguiente función $f(z) = \frac{z}{2z^2+4z-6}$ en potencias de $z - 1$. Determinar el dominio anular en el que es válida la serie.

5. Probar que

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta}{1 - 2a \cos \theta + a^2} d\theta = \frac{2\pi a}{1 - a^2}, \quad a \in \mathbb{R}, |a| < 1$$