

1. (1, 50 p) Mostrar que la función  $f(z) = z - \bar{z}$  no es holomorfa en todo punto.
2. (2 p) Calcular

$$\oint \frac{\exp(z)}{(z - 2i)(z - 1)} dz$$

alrededor de  $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ .

3. (2, 50 p) Sea

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + 3z - 4} \sin\left(\frac{1}{z}\right)$$

- a) Clasificar las singularidades de  $f(z)$ .
- b) Desarrollar  $f(z)$  en series de Laurent en la región  $|z| < 4$ .

4. (2, 50 p) Calcular

$$\int_0^\pi \frac{\cos \theta}{4 + \cos \theta} d\theta$$

5. (1, 50 p) Encontrar el número de raíces de  $z^7 - 7z^6 + 4z^3 - 1 = 0$  en el interior del círculo  $|z| = 1$ .

1. (1, 50 p) Mostrar que la función  $f(z) = z - \bar{z}$  no es holomorfa en todo punto.
2. (2 p) Calcular

$$\oint \frac{\exp(z)}{(z - 2i)(z - 1)} dz$$

alrededor de  $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ .

3. (2, 50 p) Sea

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + 3z - 4} \sin\left(\frac{1}{z}\right)$$

- a) Clasificar las singularidades de  $f(z)$ .
- b) Desarrollar  $f(z)$  en series de Laurent en la región  $|z| < 4$ .

4. (2, 50 p) Calcular

$$\int_0^\pi \frac{\cos \theta}{4 + \cos \theta} d\theta$$

5. (1, 50 p) Encontrar el número de raíces de  $z^7 - 7z^6 + 4z^3 - 1 = 0$  en el interior del círculo  $|z| = 1$ .