

PREFINAL ANALISIS MATEMATICO III- 1/7/2013  
 TODOS LOS EJERCICIOS DEBERAN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADOS

1. Hacer  $z = r \exp(i\theta)$  y demostrar que  $\operatorname{Re}[\log(z-1)] = \frac{1}{2} \operatorname{Log}(1-2r \cos \theta + r^2)$   $z \neq 1$
2. a) Determinar la función armónica conjugada de  $u(x, y) = \exp(x) \cos y + \exp(y) \cos x + xy$   
 b) Evaluar

$$\oint \frac{\sin(\exp(z) + \cos z)}{(z-1)^2(z+3)} dz \quad \text{en } \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$$

3. Sea

$$f(z) = \frac{3z}{z^2 - z - 6}$$

- a) Clasificar las singularidades de  $f(z)$ .
  - b) Calcular los residuos.
  - c) Calcular  $\int_{|z-1|=1} f(z) dz$
4. Desarrollar la siguiente función en una serie de Laurent que sea válida en la región  $|z| < 1$ .

$$f(z) = \frac{\frac{1}{2} + i}{(z-2i)(z+1)}$$

5. Calcular

$$\int_0^\pi \frac{\cos \theta}{4 + \cos \theta} d\theta$$

PREFINAL ANALISIS MATEMATICO III- 1/7/2013  
 TODOS LOS EJERCICIOS DEBERAN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADOS

1. Hacer  $z = r \exp(i\theta)$  y demostrar que  $\operatorname{Re}[\log(z-1)] = \frac{1}{2} \operatorname{Log}(1-2r \cos \theta + r^2)$   $z \neq 1$
2. a) Determinar la función armónica conjugada de  $u(x, y) = \exp(x) \cos y + \exp(y) \cos x + xy$   
 b) Evaluar

$$\oint \frac{\sin(\exp(z) + \cos z)}{(z-1)^2(z+3)} dz \quad \text{en } \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$$

3. Sea

$$f(z) = \frac{3z}{z^2 - z - 6}$$

- a) Clasificar las singularidades de  $f(z)$ .
  - b) Calcular los residuos.
  - c) Calcular  $\int_{|z-1|=1} f(z) dz$
4. Desarrollar la siguiente función en una serie de Laurent que sea válida en la región  $|z| < 1$ .

$$f(z) = \frac{\frac{1}{2} + i}{(z-2i)(z+1)}$$

5. Calcular

$$\int_0^\pi \frac{\cos \theta}{4 + \cos \theta} d\theta$$