PARCIAL ANALISIS MATEMATICO III- 7/6/2013

TODOS LOS EJERCICIOS DEBERAN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADOS

1. **a)** Determinar si existe una función analítica $f(z) = u + iv$ que satisfaga la condición

$$u(x, y) = x^2 - (y - 1)^2 .$$

   b) Probar que la función $f(z) = r^5 (\cos(5\theta) + i \sin(5\theta))$ satisface las ecuaciones de Cauchy Riemann en forma polar $\forall\ z \neq 0$.

2. Mostrar que $\cos^{-1} z = -i \log \left[z + \left(z^2 - 1\right)^{1/2} \right]$.

3. Sea

$$f(z) = \frac{z^2 + 1}{\left(z^4 - 1\right)^3}$$

   a) Clasifique las singularidades y calcule los residuos en el plano extendido.

   b) Calcular

$$\int_{|z|=\frac{1}{2}} f(z)\ dz$$

4. Determinar la Serie de Laurent de la siguiente función $f(z) = \frac{z}{z^2 - 6z + 8}$ que es válida en un dominio anular que contiene al punto $z = 2 + 2i$. El centro del dominio es el punto $z = 1$. Determinar el dominio de validez de la serie

5. Probar que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{\left(x^2 + 2x + 2\right)^2} dx = \pi$$

PARCIAL ANALISIS MATEMATICO III- 7/6/2013

TODOS LOS EJERCICIOS DEBERAN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADOS

1. **a)** Determinar si existe una función analítica $f(z) = u + iv$ que satisfaga la condición

$$u(x, y) = x^2 - (y - 1)^2$$

   b) Probar que la función $f(z) = r^5 (\cos(5\theta) + i \sin(5\theta))$ satisface las ecuaciones de Cauchy Riemann en forma polar $\forall\ z \neq 0$.

2. Mostrar que $\cos^{-1} z = -i \log \left[z + \left(z^2 - 1\right)^{1/2} \right]$.

3. Sea

$$f(z) = \frac{z^2 + 1}{\left(z^4 - 1\right)^3}$$

   a) Clasifique las singularidades y calcule los residuos en el plano extendido.

   b) Calcular

$$\int_{|z|<1} f(z)\ dz$$

4. Determinar la Serie de Laurent de la siguiente función $f(z) = \frac{z}{z^2 - 6z + 8}$ que es válida en un dominio anular que contiene al punto $z = 2 + 2i$. El centro del dominio es el punto $z = 1$. Determinar el dominio de validez de la serie

5. Probar que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{\left(x^2 + 2x + 2\right)^2} dx = \pi$$