

TODOS LOS EJERCICIOS DEBERAN ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADOS

1. (2 p) Sea la función logarítmica

$$\log(z) = \text{Log}(r) + i\theta \quad \text{con} \quad -\frac{\pi}{2} < \theta \leq \frac{3}{2}\pi$$

- a) ¿Cuál es, en el plano complejo, el mayor dominio en el que esta función es una rama analítica de la función logarítmica?
- b) ¿Cuál es el valor numérico de  $\log(-1 - i)$  en esta rama?

2. (1,50 p) ¿Se puede aplicar directamente el Teorema de Cauchy- Goursat a la integral

$$\oint \frac{dz}{\sin(z) + \exp(z) - 1}$$

alrededor del cuadrado con vértices en  $\pm(1 - i)$ ?

3. (2,50 p) Sea

$$f(z) = \frac{1}{z^2 - 5z + 6} \exp\left(\frac{1}{1 - z}\right)$$

- a) Clasificar las singularidades de  $f$ .
- b) Desarrollar  $f$  en series de Laurent en la región  $|z| < 3$ .

4. (2,50 p) Demostrar

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta}{1 - 2a \cos \theta + a^2} d\theta = \frac{2\pi a}{1 - a^2}, \quad a \in \mathbb{R}, |a| < 1$$

5. (1,50 p) Encontrar el número de raíces de la siguiente ecuación en el interior del círculo  $|z| = 1$

$$z^8 + 6z^6 - 3z^2 - 1 = 0$$