PARCIAL ANALISIS MATEMATICO III- 17/06/2009

1. **a)** Sea $u(x,y) = x^2 - y^2 + 3x + y$. Encontrar una función $v(x,y)$ tal que $f = u + i\,v$ es holomorfa. JUSTIFIQUE.

   b) Supongamos que $h(x,y) = x^2 - 2y^2 + 3x + y$. ¡Existe una función $k(x,y)$ tal que $\varphi = h + i\,k$ es holomorfa?. JUSTIFIQUE.

2. Sea

$$f(z) = z\ \exp\left(\frac{1}{z-1}\right)$$

   a) Clasificar las singularidades.

   b) Calcular el residuo en $z = \infty$.

3. Sea

$$f(z) = \frac{2}{z^2 - 4z + 3}$$

   Desarrollar f en series de Laurent en potencias de $z-1$ en las siguientes regiones:

   i) $0 < |z-1| < 2$

   ii) $|z-1| > 2$

4. Sea C una curva que parametriza el triángulo en el plano complejo con vértices $0, 1$ y $1+i$ en el sentido contrario a las agujas del reloj y sea $f(z) = z.\overline{z}$. Calcular

$$\oint_C f(z)\ dz$$

5. Calcular la integral

$$\int_0^\pi \frac{\cos 2\theta}{2 - \cos\theta}\ d\theta$$

PARCIAL ANALISIS MATEMATICO III- 17/06/2009

1. **a)** Sea $u(x,y) = x^2 - y^2 + 3x + y$. Encontrar una función $v(x,y)$ tal que $f = u + i\,v$ es holomorfa. JUSTIFIQUE.

   b) Supongamos que $h(x,y) = x^2 - 2y^2 + 3x + y$. ¡Existe una función $k(x,y)$ tal que $\varphi = h + i\,k$ es holomorfa?. JUSTIFIQUE.

2. Sea

$$f(z) = z\ \exp\left(\frac{1}{z-1}\right)$$

   a) Clasificar las singularidades.

   b) Calcular el residuo en $z = \infty$.

3. Sea

$$f(z) = \frac{2}{z^2 - 4z + 3}$$

   Desarrollar f en series de Laurent en potencias de $z-1$ en las siguientes regiones:

   i) $0 < |z-1| < 2$

   ii) $|z-1| > 2$

4. Sea C una curva que parametriza el triángulo en el plano complejo con vértices $0, 1$ y $1+i$ en el sentido contrario a las agujas del reloj y sea $f(z) = z.\overline{z}$. Calcular

$$\oint_C f(z)\ dz$$

5. Calcular la integral

$$\int_0^\pi \frac{\cos 2\theta}{2 - \cos\theta}\ d\theta$$