

Análisis III Examen Final

1 Sea $f(x, y) = x^2 + iy^2$

(a) Encontrar los puntos $z = x + iy$ en el plano complejo donde la derivada $f'(z)$ existe.

(b) Es f holomorfa en algún punto? Explicar tu respuesta claramente.

2(a) Encontrar todos los posibles valores de i^{-i} .

(b) Si

$$\cosh(z) = \frac{\exp(z) + \exp(-z)}{2}$$

encontrar todas las soluciones de la ecuación

$$\cosh(z) = \frac{1}{2}.$$

3 Sea C la frontera del cuadrado con vértices $\pm 2 \pm 2i$ descrita en el sentido positivo. Encontrar el valor de las integrales:

(a)

$$\int_C \frac{\cos(z)}{z(z^3 + 27)}$$

(b)

$$\int_C \frac{\operatorname{sen}(z)}{z^4}$$

4 Sea

$$f(z) = \frac{2}{z^2 + 1}.$$

Encontrar la serie de Laurent en potencias de z para $1 < |z|$

5 Calcular

$$\int_0^\infty \frac{\cos(x) dx}{x^4 + 1}$$